Всероссийская олимпиада
школьников по экономике

Региональный этап

2021/2022 год

Конкурс: **9 класс**

Второй тур. Задачи. **Решения**.

Продолжительность работы — **140 минут**.

Максимальное количество баллов за задачи — **120**.
Каждая задача оценивается из **30 баллов**.

Уважаемые коллеги!

В этом документе вы найдете решения задач регионального этапа всероссийской олимпиады школьников по экономике 2022 года. Мы надеемся, что сами задания, а также процесс их проверки доставят вам удовольствие.

При проверке задач нужно придерживаться схем, разработанных Центральной предметно-методической комиссией (ЦПМК) по экономике и приведенных в данном документе, а также «Требований к проведению регионального этапа по экономике в 2021/2022 учебном году» (раздел 5). Общие принципы проверки приведены в «Требованиях...» и в списке ниже:

1. Для проверки задач члены жюри делятся на рабочие группы, каждая группа проверяет конкретную задачу, один из членов рабочей группы назначается ее руководителем. Такое разделение труда (при котором отдельные члены жюри проверяют конкретные задачи, а не работы целиком) способствует одинаковому уровню требований к решениям, облегчает разрешение спорных случаев. Состав рабочих групп утверждается председателем жюри или его заместителем. В случае если некоторые рабочие группы завершают проверку своих задач раньше других, их участники могут присоединиться к другим рабочим группам.
2. При наличии возможности желательно организовать проверку каждой задачи в каждой работе не менее чем двумя членами жюри.
3. Жюри проверяет работы в соответствии со схемами проверки, разработанными ЦПМК. В случае наличия в работе участника фрагмента решения, который не может быть оценен в соответствии со схемой проверки, жюри принимает решение исходя из своих представлений о справедливом оценивании, при возможности консультируясь с составителями заданий. Выполнение данного требования имеет исключительную важность, поскольку по итогам регионального

этапа составляется единый рейтинг школьников по России, на основании которого определяется состав участников заключительного этапа.

4. Жюри оценивает только то, что написано в работе участника: не могут быть оценены комментарии и дополнения, которые участник может сделать после окончания тура (например, в апелляционном заявлении).
5. Фрагменты решения участника, зачеркнутые им в работе, не проверяются жюри. Если участник хочет отменить зачеркивание, он должен явно написать в работе, что желает, чтобы зачеркнутая часть была проверена. Если невозможно однозначно определить, хотел ли участник, чтобы фрагмент решения был проверен, этот фрагмент не проверяется.
6. Участник должен излагать свое решение понятным языком, текст должен быть написан разборчивым почерком. При этом жюри не снижает оценку за помарки, исправления, орфографические, пунктуационные и стилистические ошибки, недостатки в оформлении работы, если решение участника можно понять.
7. Все утверждения в решении участника должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений участника. Участник может не доказывать общеизвестные утверждения. Вопрос определения общеизвестности находится в компетенции жюри, но в любом случае общеизвестными считаются факты, изучаемые в рамках школьной программы. Также, как правило, общеизвестными можно считать те факты, которые многократно использовались в олимпиадах прошлых лет и приводились без доказательств в официальных решениях. Все необщеизвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Решение, которое явно или скрыто опирается на не доказанные участником необщеизвестные факты, оценивается неполным баллом.
8. Участник может решать задачи любым корректным способом, жюри не повышает баллы за красоту и лаконичность решения, а равно не снижает их за использование нерационального способа. Корректным может быть решение, которое нестандартно и отличается по способу от авторского (приведенного в материалах составителей). При этом недопустимо выставление баллов «за объем»: если участник написал большой текст, не содержащий продвижений в решении задачи, такой текст должен быть оценен в 0 баллов.
9. Работа участника не должна оставлять сомнений в том, каким способом проводится решение задачи. Если участник излагает несколько решений задачи, которые являются разными по сути (и, возможно, приводят к разным ответам), и некоторые из решений являются некорректными, то жюри не обязано выбирать и проверять корректное решение.
10. Если в решении участника содержатся противоречащие друг другу суждения, то они, как правило, не оцениваются, даже если одно из них верное. Нарушение логических последовательностей (причинно-следственных связей), как правило, приводит к существенному снижению оценки.
11. В работе участника должно содержаться доказательство полноты и правильности его ответа, при этом способ получения ответа, если это не требуется для до-

казательства его полноты и правильности, излагать необязательно.

12. Штрафы, которые жюри присваивает за вычислительные ошибки, зависят от серьезности последствий этих ошибок. Вычислительная ошибка, которая не привела к существенному изменению дальнейшего решения задачи и качественно не изменила получаемых выводов, штрафуется меньшим числом баллов, чем вычислительная ошибка, существенно повлиявшая на дальнейшее решение.
13. Если задача состоит из нескольких пунктов, то участник должен четко обозначить, где начинается решение каждого пункта. Каждый фрагмент решения проверяется в соответствии с критериями проверки, разработанными для указанного участником пункта. Если в решении участника одного из пунктов задачи содержится фрагмент решения, который в соответствии со схемой оценивания может принести баллы за другой пункт задачи, жюри может не ставить эти баллы, если из решения неочевидно, что участник понимает применимость результатов к другому пункту. При решении пунктов задачи участник может ссылаться на собственные решения (ответы) к другим пунктам или на общую часть решения, выписанную в начале.
14. Если ошибка была допущена в первых пунктах задачи и это изменило ответы участника в последующих пунктах, то в общем случае баллы за следующие пункты не снижаются, то есть они проверяются так, как если бы собственные результаты, которыми пользуется участник, были правильными. Исключением являются случаи, когда ошибки в первых пунктах упростили или качественно исказили логику дальнейшего решения и/или ответы — в этих случаях баллы за последующие пункты могут быть существенно снижены.
15. Если участник в своем решении опирается на метод перебора вариантов, то для получения полного балла должны быть разобраны все возможные случаи. Упущение некоторых случаев может привести к существенному снижению оценки (непропорциональному доле неразобранных случаев в общем их числе).
16. Если для решения участнику необходимы дополнительные предпосылки, то он должен их сформулировать. Дополнительные предпосылки при этом не должны менять смысл задачи и существенно сужать круг обсуждаемых в решении ситуаций по сравнению с тем, который задан в условии.

Составители написали приведенные ниже решения более подробно, чем если бы им самим пришлось участвовать в олимпиаде. Данный документ содержит пояснения, примечания, альтернативные способы решений, которые предназначены исключительно для информирования жюри, а также всех, кто будет разбирать эти задачи в дальнейшем при изучении экономики и подготовке к олимпиадам. От участников не нужно требовать слишком подробного решения — в любом случае руководствуйтесь здравым смыслом и старайтесь определить, действительно ли участник понимает, как решается задача.

При этом помните, что приведенные ниже схемы проверки и обозначенные выше принципы будут применяться во всех регионах; для сопоставимости результатов необходимо следовать им максимально четко. В случае если решение участника не укладывается в предложенную схему проверки, примите решение исходя из своего опыта и справедливости. В спорных случаях пишите нам. Если ЦПМК захочет дать комментарии по проверке отдельных заданий (например, ответить на часто задаваемые вопросы), она сделает это на странице **http://ILoveEconomics.ru/olimp/region/grading**. Если ЦПМК посчитает нужным пояснить какие-либо аспекты авторских решений или схем проверки, она сделает это в день проведения этапа на той же странице, поэтому членам жюри из всех регионов рекомендуется следить за содержанием этой страницы при проверке работ.

Если вам потребуется неотложная консультация в день проведения регионального этапа, вы можете написать ЦПМК по экономике напрямую: cpmk@iloveeconomics.ru.

Ваша ЦПМК

Для справки. Критерии выполнения заданий олимпиады. В таблице приведено количество баллов, при котором задание считается выполненным. Эти сведения нужны для подсчета статистики результатов олимпиады; на индивидуальные результаты участников они не влияют.

Номер задания	Баллы
1	2
2	6
3	10
4	14
5	12
6	12
7	12
8	12

Задание 5. *Трилемма едока* *(30 баллов)*

Юрист Савва зарабатывает w рублей в час (за полчаса $w/2$ рублей, за 10 минут $w/6$ рублей и т. д.). Савва должен решить, как ему организовать свое питание. Есть три варианта:

1: ходить в магазин за продуктами и готовить еду самому;

2: заказывать в интернете продукты с доставкой и готовить еду самому;

3: заказывать в интернете готовую еду с доставкой.

Стоимость продуктов на один прием пищи как в магазине, так и в интернете (без учета доставки) составляет 600 руб. Стоимость готовой еды при ее заказе в интернете составляет 1200 руб. без учета доставки. Стоимость доставки продуктов или доставки готовой еды составляет 500 руб. Поскольку Савва употребляет только свежие продукты и только что приготовленную еду, он ходит в магазин или заказывает доставку перед каждым приемом пищи. Поход в магазин занимает 30 минут. Готовка еды занимает 45 минут. Временем на сам прием пищи можно пренебречь.

Савва минимизирует экономические издержки, связанные с организацией своего питания. У Саввы есть сбережения, так что ему хватит денег на любой из вариантов при любом w. Для каждого $w \geqslant 0$ определите, какой из трех вариантов оптимален для Саввы (если оптимальных вариантов несколько, укажите все).

Решение

Рассчитаем экономические издержки для каждого из трех вариантов.

1: $C_1(w) = 600 + w/2 + 3w/4 = 600 + 5w/4$. (Второе и третье слагаемые есть альтернативные издержки времени, потраченного на поход в магазин и готовку соответственно.)

2: $C_2(w) = 600 + 500 + 3w/4 = 1100 + 3w/4$. (Второе слагаемое есть альтернативные издержки времени, потраченного на готовку.)

3: $C_3(w) = 1200 + 500 = 1700$.

Дальше можно действовать аналитически или графически.

Аналитическое решение.

1) Сначала определим, при каких w второй вариант лучше первого. Это так тогда и только тогда, когда $C_2(w) < C_1(w)$, то есть $1100+3w/4 < 600+5w/4$, $w/2 > 500$, $w > 1000$. Соответственно, при $w < 1000$ первый вариант лучше второго, при $w = 1000$ издержки одинаковы.

Сравнить варианты 1 и 2 можно и без подсчета всех экономических издержек. Поскольку в обоих вариантах 1, 2 Савва готовит, вариант 2 выгоднее, если стоимость доставки продуктов меньше, чем альтернативные издержки времени, затраченного на поход в магазин, то есть $500 < w/2$, $w > 1000$.

2) Теперь определим, при каких w третий вариант лучше второго. Это так тогда и только тогда, когда $C_3(w) < C_2(w)$, то есть $1700 < 1100 + 3w/4$, то есть $w > 800$. Соответственно, при $w < 800$ второй лучше третьего, при $w = 800$ издержки одинаковы.

Сравнить варианты 2 и 3 можно и без подсчета всех экономических издержек. Поскольку в обоих вариантах 2, 3 Савва платит за доставку, вариант 3 выгоднее, если разница стоимости готовой еды и стоимости продуктов меньше, чем альтернативные *издержки времени, потраченного на готовку, то есть* $1200 - 600 < 3w/4$, $w > 800$.

3) Из сравнений выше следует, что *второй вариант не оптимален ни при каком* $w \geqslant 0$. Действительно, при $w < 1000$ он хуже первого, а при $w > 800$ он хуже третьего. Но для любого $w \geqslant 0$ хотя бы одно из двух неравенств $w < 1000$, $w > 800$ обязательно выполнено.

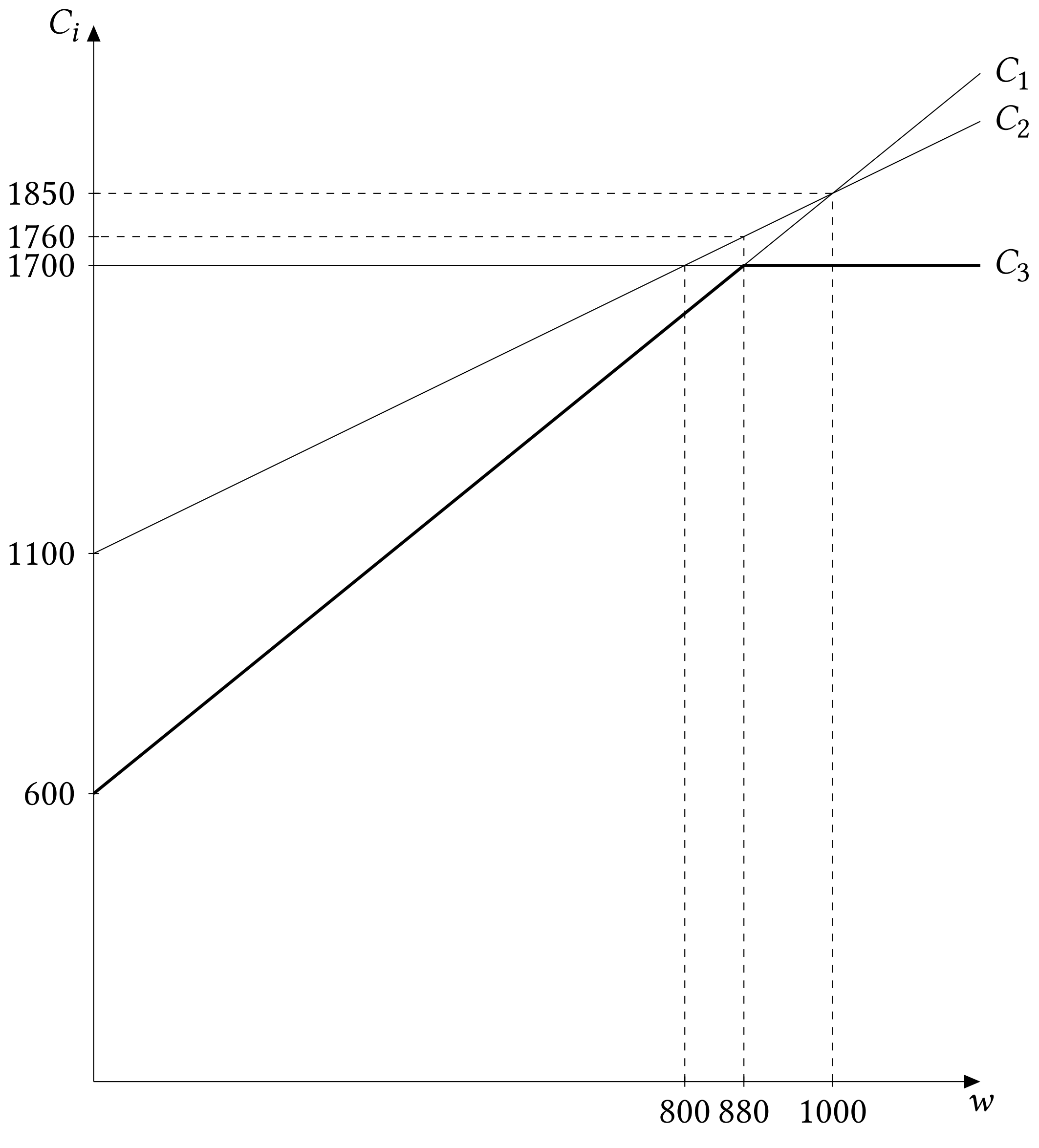
4) Значит, оптимален либо первый, либо третий вариант. Сравним их. $C_1(w) < C_3(w)$ при $600 + 5w/4 < 1700$, $5w/4 < 1100$, $w < 880$. Значит, первый вариант оптимален при $w < 880$, третий при $w > 880$, при $w = 880$ они оба оптимальны.

Ответ:

- При $w < 880$ — вариант 1;
- при $w = 880$ — варианты 1 и 3;
- при $w > 880$ — вариант 3.

Графическое решение.

Построим графики функций $C_i(w)$, $i = 1, 2, 3$ и при каждом w определим, какой из графиков лежит ниже всех других.



Чтобы правильно расположить графики на рисунке, необходимо определить, будет ли график $C_2(w)$ лежать всюду выше графика функции $\min\{C_1(w), C_3(w)\}$, выделенной жирным, или нет. Это можно сделать несколькими способами.

Способ 1. Определить точку пересечения $C_1(w)$ и $C_3(w)$ ($w = 880$), точку пересечения $C_1(w)$ и $C_2(w)$ ($w = 1000$) и проверить, что вторая точка правее первой ($1000 > 880$).

Способ 2. Определить точку пересечения $C_1(w)$ и $C_3(w)$ ($w = 880$), точку пересечения $C_3(w)$ и $C_2(w)$ ($w = 800$) и проверить, что вторая точка левее первой ($800 < 880$).

Способ 3. Определить точку пересечения $C_1(w)$ и $C_2(w)$ ($w = 1000$), точку пересечения $C_3(w)$ и $C_2(w)$ ($w = 800$) и проверить, что вторая точка левее первой ($800 < 1000$).

Способ 4. Определить точку пересечения $C_1(w)$ и $C_3(w)$ ($w = 880$) и проверить, что $C_2(880) = 1760 > 1700$.

Способ 5. Определить точку пересечения $C_1(w)$ и $C_2(w)$ ($w = 1000$) и проверить, что $C_1(1000) = C_2(1000) = 1850 > 1700$.

Способ 6. Определить точку пересечения $C_2(w)$ и $C_3(w)$ ($w = 800$) и проверить, что $C_1(800) = 1600 < 1700$.

После того, как графики правильно расположены, видно, что второй вариант никогда не оптимален, первый вариант оптимален при $w < w_0$, где w_0 определяется из $C_1(w_0) = C_3(w_0)$, а третий при $w > w_0$. Если w_0 еще не найдена выше, определяем, что $w_0 = 880$.

Ответ:

- При $w < 880$ — вариант 1;
- при $w = 880$ — варианты 1 и 3;
- при $w > 880$ — вариант 3.

Комментарий. Мы получили, что Савва будет пользоваться услугами доставки при большой зарплате. Причина этого не в том, что при большой зарплате ему хватает денег на доставку, а при маленькой не хватает. По условию, ему хватает денег на все при любой зарплате. Причина в том, что при большой зарплате он больше ценит свое время, и потому не тратит его на готовку и поход в магазин.

Схема проверки

При чисто аналитическом методе решения:

- Вывод функций $C_i(w)$, $i = 1, 2, 3$ — по **4 балла** за каждую.
- Определение уровней зарплат, при которых Савва безразличен между $C_1(w)$ и $C_2(w)$ ($w = 1000$), между $C_2(w)$ и $C_3(w)$ ($w = 800$), между $C_1(w)$ и $C_3(w)$ ($w = 880$) — по **3 балла** за каждый.
- Определение оптимального варианта при каждом w — **9 баллов**. Если участник сравнивает варианты 1 и 2, 2 и 3 без полного расчета экономических издержек (как в абзацах, выделенных курсивом), ему для полного решения не обязательно находить функцию $C_2(w)$. В этом случае определение оптимального варианта при каждом w оценивается из $9 + 4 =$ **13 баллов**.

При графическом методе решения:

- Вывод функций $C_i(w)$, $i = 1, 2, 3$ — по **4 балла** за каждую.

- Правильное расположение графиков и обоснование этого расположения (каким-либо способом) — **9 баллов**. Для полного обоснования расположения графиков достаточно, чтобы значения сравниваемых величин, из сравнения которых следует расположение графиков, были подписаны на графике. Например, при обосновании *Способом 1* достаточно, чтобы значения $w = 880$ и $w = 1000$ были правильно подписаны на графике. При этом остальные значения, подписанные на графике в официальном решении, могут отсутствовать. При графическом способе решения, в отличие от аналитического, достаточно рассчитать две «критические» зарплаты из трех и правильно указать их на графике.
- Определение оптимального варианта при каждом w — **9 баллов**.

Если участник сравнивает только явные издержки без учета альтернативных издержек потраченного времени, и получает, что всегда оптимальным является вариант 1, решение оценивается в **0 баллов**.

Штрафы:

- Если допущены вычислительные ошибки (хотя бы одна), то снимается 10 % баллов, которые участник набрал бы, если бы ошибки не было (после вычитания 10 % результат округляется до целого числа баллов).

Задание 6. *Субсидия в условиях пандемии* *(30 баллов)*

Рассмотрим рынок товара X, спрос и предложение на котором в любой момент времени линейны. Изначально равновесная цена равна 40, а равновесное количество — 20. Из-за пандемии нарушились цепочки поставок, и предложение товара упало. Цена повысилась до 50, а количество сократилось до 10.

Министерство экономики считает правильным в этих условиях ввести потоварную субсидию для производителя так, чтобы цена для потребителя снизилась обратно до 40. Вы — сотрудник министерства, которому нужно рассчитать ставку s этой субсидии. Когда вы рассказали о своей задаче приятелю, не изучавшему экономики, тот заметил: «Это же проще простого. Поскольку нужно добиться снижения цены на 10 д. е. (с 50 до 40), требуемая ставка субсидии s просто равна 10 д. е.».

Выполнив задания ниже, вы докажете, что ваш приятель не прав. Дополнительно к тому, что описано выше, вам известно, что коэффициент эластичности предложения по цене в новой точке равновесия ($P = 50$, $Q = 10$) равен 5.

а) *(18 баллов)* Определите, какова будет цена для потребителя, если будет введена потоварная субсидия по ставке 10 д. е.

б) *(12 баллов)* Определите настоящее значение s и расходы государства на выплату субсидии при ставке s.

Решение

а) Восстановим кривые спроса и предложения (после его снижения). Кривую спроса легко восстановить по двум точкам (40; 20) и (50; 10). Получаем, что $Q_d = 60 - P$.

Пусть $Q_s(P) = c + dP$. Тогда, с одной стороны $Q_s(50) = 10$, так как эта кривая проходит через точку равновесия $P = 50$, $Q = 10$. Значит, $10 = c + 50d$. С другой стороны, из условия об эластичности получаем, что

$$5 = E_s = d\frac{P}{Q} = d\frac{50}{10} = 5d.$$

Значит, $d = 1$. Отсюда, $c = 10 - 50d = -40$. В итоге $Q_s(P) = P - 40$.

После введения субсидии по ставке 10 кривая предложения сдвинется до $Q_s(P + 10) = P + 10 - 40 = P - 30$, где P — цена потребителя. Найдем новое равновесие $60 - P = P - 30$, $P = 45$. Значит, цена будет равна 45, а не 40.

Кроме того, можно было получить ответ, формально не сдвигая кривую предложения, а из условия $P_d(Q) + 10 = P_s(Q)$, $60 - Q + 10 = Q + 40$, $Q = 15$, $P_d = 60 - Q = 45$.

Ответ: 45.

б) Пусть теперь мы вводим субсидию по ставке s.

После введения субсидии кривая примет вид $Q_s(P + s) = P + s - 40$. Найдем новое равновесие $60 - P = P + s - 40$, $P = (100 - s)/2$. Нам нужно, чтобы цена равнялась 40, то есть $P = (100 - s)/2 = 40$, $s = 20$.

Мы могли действовать и проще: зная, что цена для потребителя должна быть 40, а количество — 20, мы могли сразу написать уравнение $Q_s(40+s) = 40+s-40 = Q_d(40) = 20$ или $P_d(20) + s = P_s(20)$, $60 - 20 + s = 20 + 40$. Отсюда $s = 20$.

Наконец, найдем расходы на субсидию: $Sub = sQ = 20 \cdot 20 = 400$.

Ответ: $s = 20$, расходы равны 400.

Для пункта **б)** также есть короткое, но продвинутое решение. Оно не требует вывода кривой предложения, но требует знания формулы, аналогичной той, что связывает распределение налогового бремени с эластичностями спроса и предложения. Пусть s_d — часть субсидии, которую в равновесии получает потребитель: $s_d = P_0 - P_d$, где P_0 — изначальная равновесная цена, P_d — цена потребителя после введения субсидии, s_s — часть субсидии, которую в равновесии получает производитель, $s_s = P_s - P_0$, где P_s — цена производителя после введения субсидии. $s_s + s_d = P_s - P_d = s$. Тогда

$$\frac{s_s}{s_d} = \frac{|E_d|}{E_s},$$

где E_d и E_s — эластичности спроса и предложения в начальной точке P_0. Эта формула верна для линейных функций спроса и предложения. Теперь заметим, что эластичность спроса в точке $P = 10$ по модулю равна 5. Значит,

$$\frac{s_s}{s_d} = \frac{5}{5} = 1.$$

Поскольку нам нужно добиться снижения цены потребителя на 10, $s_d = 10$. Значит, $s_s = 10$ и $s = s_s + s_d = 20$.

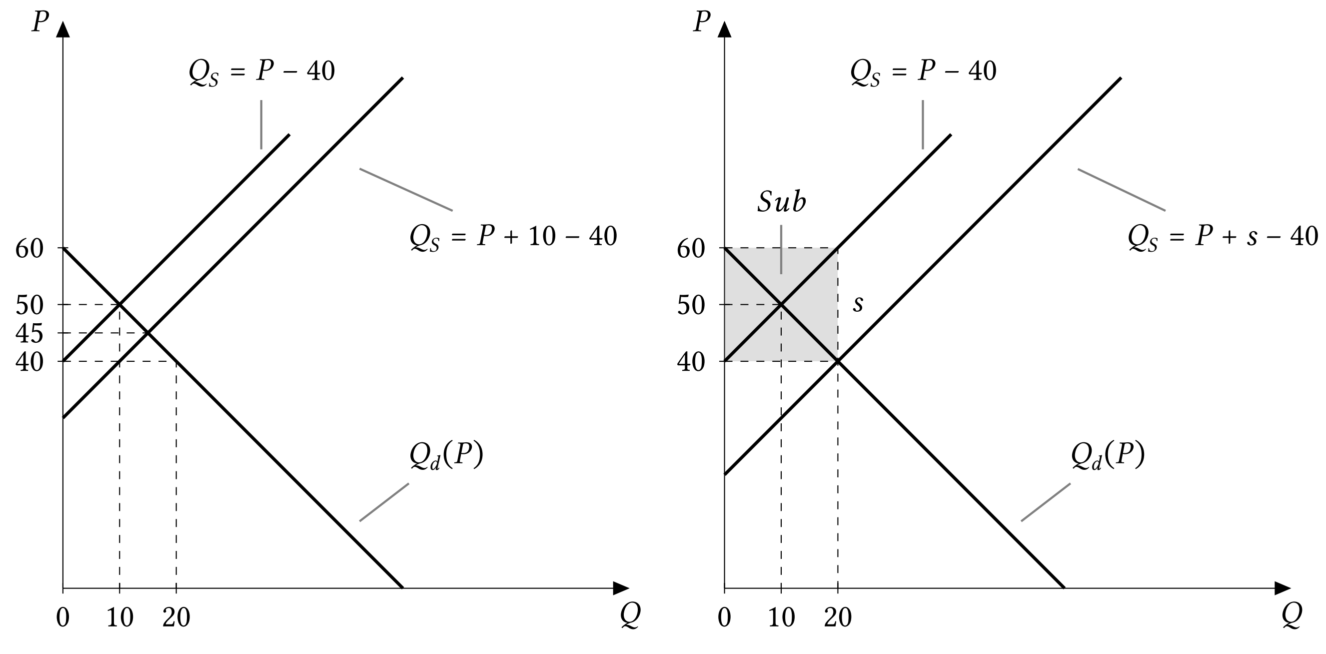


Рис. 6.1: Иллюстрация решения. Пункт **а)** слева, пункт **б)** справа. $s = 20$.

Также можно было восстановить кривую предложения способом, не требующим знания формулы точечной эластичности линейной функции. Пусть $P_s(Q)$ — обратная функция предложения после его снижения, но до введения субсидии. Найдем $P_s(20)$. Для этого представим себе увеличение цены P от 50 до $P_s(20)$. Величина предложения при этом должна вырасти с 10 до 20. Значит, процентное изменение количества $\Delta\%(Q)$ равно $\frac{20-10}{10}100\,\% = 100\,\%$.

С другой стороны, из условия об эластичности предложения

$$5 = E = \frac{\Delta\%(Q)}{\Delta\%(P)} = \frac{100\%}{\Delta\%(P)}.$$

(Формула $E = \frac{\Delta\%(Q)}{\Delta\%(P)}$ в точности верна для линейных функций, где E — эластичность в первоначальной точке, этим фактом можно пользоваться без доказательства.) Значит, $\Delta\%(P) = 20\,\%$, то есть при росте от 50 до $P_s(20)$ цена растет на $20\,\%$. Значит, $P_s(20) = 60$.

Теперь можно восстановить кривую предложения по двум точкам, ($P = 50, Q = 10$) и ($P = 60, Q = 20$). Получаем $Q_s = P - 40$ или $P_s = Q + 40$.

Комментарий 1. Почему субсидия 10 д. е. недостаточна для снижения цены до 40? Дело в том, что субсидия в размере 10 д. е. будет достаточна лишь для того, чтобы производители были готовы произвести новое (маленькое) количество 10 по цене 40. Но по цене 40 потребители готовы купить $20 > 10$ единиц. Возникший дефицит при $P = 40$ приведет к росту цены до 45, равновесной в пункте **а)**. Чтобы этого не произошло, нужно, чтобы цена 40 была равновесной, то есть чтобы производители были готовы произвести старое (большое) количество 20 по цене 40. Для достижения этого количества требуется уже более высокая субсидия, и величина необходимой «премии» сверх 10 д. е. зависит от эластичности предложения.

Комментарий 2. В пункте **б)** можно не использовать условие о линейности спроса. Ответом будет $s = 20$ при любой убывающей функции спроса, проходящей через старую и новую точки равновесия.

Схема проверки

Для решения задачи (как минимум, пункта **а)**) необходимо вывести уравнения спроса и предложения. Участник может сделать это до оформления пунктов, в общей части решения, или в пункте **б)**. В этом случае баллы за вывод кривых спроса и предложения ставятся в пункте **а)**, причем даже если дальнейшие продвижения отсутствуют.

а) Всего за пункт — **18 баллов**.

- Вывод кривой спроса — **3 балла**.
- Вывод любым способом кривой предложения (после падения) — **7 баллов**.
- Расчет равновесной цены при субсидии 10 — **8 баллов**.

б) Всего за пункт — **12 баллов**.

- Определение ставки $s = 20$ — **8 баллов**.
- Определение расходов на субсидию — **4 балла**.

Участник не обязан иллюстрировать свое решение графически, иллюстрация не оценивается.

Штрафы:

- Если допущены вычислительные ошибки (хотя бы одна), то снимается 10 % баллов, которые участник набрал бы, если бы ошибок не было (после вычитания 10 % результат округляется до целого числа баллов).

Задание 7. *КТВ и торговые санкции* *(30 баллов)*

В стране есть три региона, КПВ которых описываются уравнениями $y_1 = 10 - x_1$, $y_2 = 2(10 - x_2)$, $y_3 = 3(10 - x_3)$. Изначально страна открыта для свободной торговли. На мировом рынке валютой является тугрик. На мировом рынке можно купить или продать любые количества товаров по ценам $p_x = 30$ тугриков (цена товара икс), $p_y =$ $= 20$ тугриков (цена товара игрек). До торговли у страны нет тугриков.

Во всех пунктах задачи укажите на рисунках координаты точек пересечения КПВ (КТВ) с осями и координаты точек излома КПВ (КТВ).

а) *(6 баллов)* Постройте КПВ страны.

б) *(8 баллов)* Постройте кривую торговых возможностей (КТВ) страны на том же рисунке, что и в **а)**. (КТВ является верхней границей множества наборов (X, Y), доступных для потребления страной после производства и торговли.)

в) *(14 баллов)* Против страны введена торговая санкция по следующему правилу: стоимость импорта в страну не может превышать 480 тугриков. Постройте новую КТВ страны на новом рисунке.

г) *(2 балла)* Как изменится ваш ответ на пункт **в)**, если санкция будет ограничивать не импорт, а экспорт: стоимость экспорта страны не может превышать 480 тугриков?

Решение

а) Складывая КПВ регионов стандартным образом, получаем, что КПВ страны есть ломаная, соединяющая точки (0; 60), (10; 50), (20; 30) и (30; 0). КПВ имеет следующий вид:

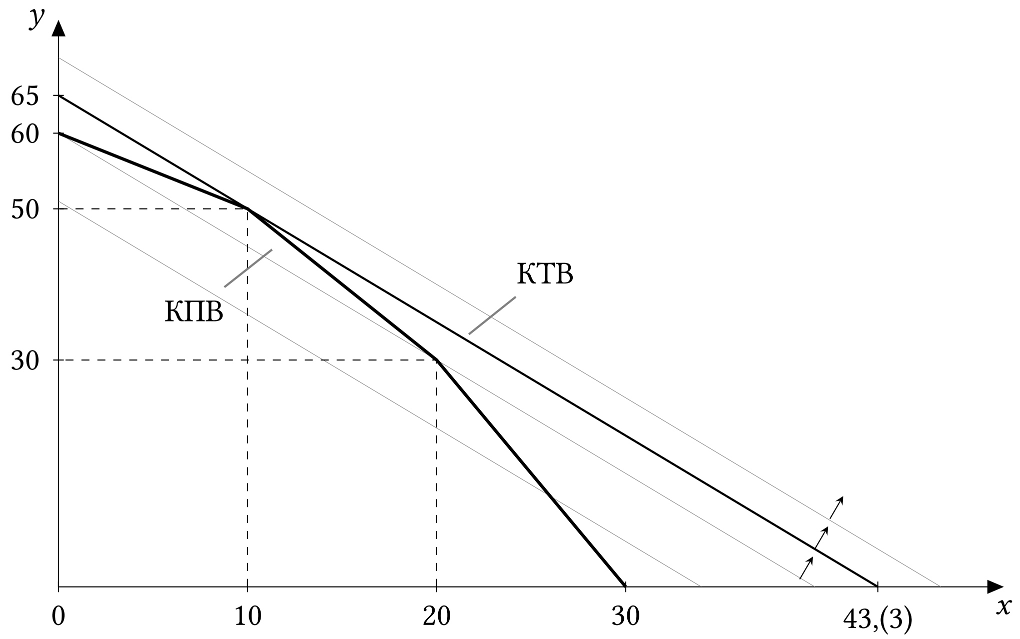


Рис. 7.1: КПВ страны. КТВ в пункте **б)**

б) *Способ 1 (через сравнение А.И. и пропорции обмена).* Пропорция обмена на мировом рынке равна $20 : 30 = 1 : 1{,}5$, одну единицу товара икс можно купить за 1,5 единицы товара игрек. Для максимизации потребления товара игрек при данном количестве товара икс нужно производить икс только в тех регионах, где альтернативные издержки его производства меньше, чем его цена (в единицах игрека) на мировом рынке. Альтернативные издержки производства товара икс в каждом регионе равны номеру региона. Поскольку $1 < 1{,}5 < 2 < 3$, производить товар икс нужно только в первом регионе.

Таким образом, страна будет производить $X = 10$ единиц товара икс и $Y = 20 + 30 = 50$ единиц товара игрек. Стартуя в этой точке, страна сможет обменивать икс на игрек в пропорции 1:1,5. Значит, КТВ является отрезком прямой с наклоном (−1,5), проходящей через точку (10; 50). Несложно установить, что эта прямая пересекает ось икс при $x = 43 + 1/3$, ось игрек при $y = 65$. (Ее уравнение $Y = 65 - 1{,}5X$ или $3X + 2Y = 130$.)

Способ 2 (геометрический). Геометрически международная торговля представляет собой движение вдоль некой прямой l. Эта прямая имеет наклон, соответствующий пропорции обмена, в нашем случае $-p_x/p_y = -1{,}5$, и проходит через точку (X_0, Y_0), соответствующую объемам производства (точка (X_0, Y_0) должна лежать на или под КПВ.) КТВ будет соответствовать той из этих прямых, что лежит выше других. Проводя разные такие прямые одном на рисунке с КПВ (они изображены на рис. 7.1 светло-серым цветом), видим, что выше других лежит прямая, проходящая через точку (10; 50). Это и есть искомая КТВ. Зная ее наклон, находим точки пересечения с осями.

Способ 3 (через максимизацию выручки). Этот способ близок способу 2. Представим себе, что вместо того, чтобы продавать один товар и покупать другой, потребляя в итоге набор (X_1, Y_1), страна сначала продает на мировом рынке *все* произведенные единицы обоих товаров, а затем на полученные тугрики покупает потребительский набор (X_1, Y_1). Те единицы, которые не торговались на мировом рынке в первом случае, во втором случае страна продает и покупает назад. Поскольку цены для покупки и продажи одинаковы, с помощью второй процедуры можно получить ровно те же наборы, что просто в результате торговли. Но во втором случае потребление товаров будет максимально (например, максимально потребление товара игрек при данном количестве товара икс), если «потребительский бюджет» страны будет максимален. А он равен выручке. *Это рассуждение приведено здесь для полноты. От участника олимпиады это рассуждение не требуется, участник может максимизировать выручку без обоснования.*

Выручка страны в тугриках равна $30X + 20Y$. Максимизируя ее графическим способом (проводя разные кривые одинаковой выручки $30X + 20Y = const$, на рис. 7.1 они светло-серые), получаем, что максимальная выручка достигается, если производить $X = 10$ единиц товара икс и $Y = 20 + 30 = 50$ единиц товара игрек. Выручка будет равна $30 \cdot 10 + 20 \cdot 50 = 1300$ Линия максимальной выручки $30X + 20Y = 1300$ $(3X + 2Y = 130)$ и будет искомой КТВ. Из уравнения находим точки пересечения с осями.

Кроме того, выручку можно максимизировать и аналитически, подставляя в функцию выручки $30X + 20Y$ аналитическое выражение для КПВ $Y(X)$ и максимизируя выражение $30X + 20Y(X)$ по X.

в) Согласно ограничению, импорт товара икс не может превышать $480/30 = 16$ единиц, импорт товара игрек не может превышать $480/20 = 24$ единицы.

При производстве $X = 10$ единиц страна сможет экспортировать не больше 10 единиц товара икс, — а значит, импортировать не больше $15 < 24$ единиц товара игрек в любом случае, так что ограничение повлияет на КТВ страны *только при импорте товара икс*. Значит, отрезок (0; 65) – (10; 50) старой КТВ принадлежит и новой КТВ.

Стартуя в точке (10; 50), страна сможет сдвинуться вправо вдоль старой КТВ (полученной в пункте **б)** только на расстояние 16 по оси икс. При $X = 10 + 16 = 26$ объем потребления товара игрек равен $50 - 24 = 26$. Отрезок (10; 50) – (26; 26) будет принадлежать новой КТВ.

При $X > 26$ страна уже не сможет обеспечить объемы потребления товара игрек, как в б). Чтобы потреблять более 26 единиц товара икс, стране придется увеличивать *производство* товара икс. При этом, поскольку альтернативные издержки производства икс будут больше 1,5, оптимальным является использование возможностей торговли по максимуму, то есть страна будет импортировать 16 единиц товара икс и экспортировать 24 единицы товара игрек. Значит, КТВ при $X > 26$ будет получаться путем сдвига части КПВ правее точки (10; 50) на вектор (16; −24).

Таким образом, новая КТВ будет иметь вид:

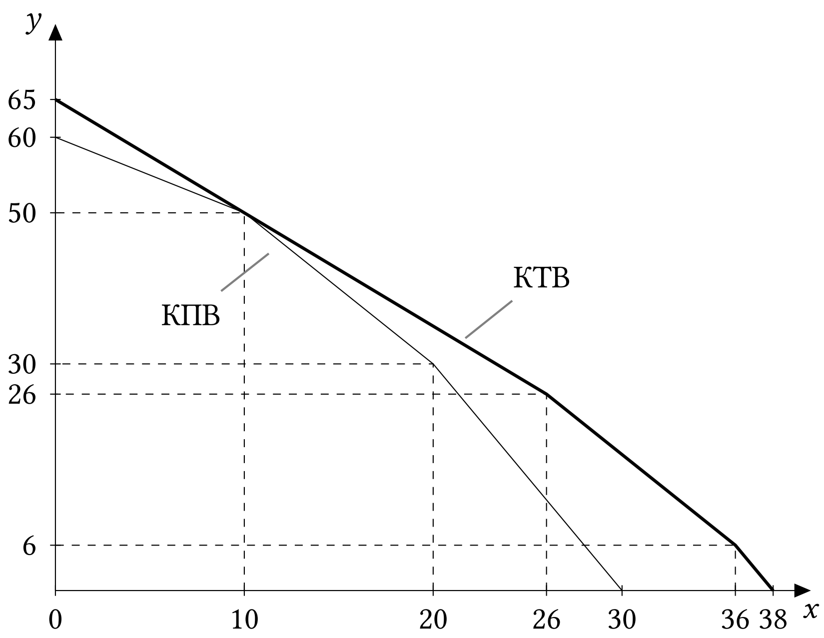


Рис. 7.2: КТВ в пункте **в)**

Это ломаная линия, соединяющая точки (0; 65), (26; 26), (36; 6) и (38; 0).

(Координата 38 получена так: последний участок КТВ имеет наклон 3 и проходит через точку (36; 6), значит он пересекает ось x при $X = 36 + 6/3 = 38$.)

г) Поскольку при оптимальном поведении страна тратит всю валютную выручку от экспорта на импорт, стоимость импорта равна стоимости экспорта, и две санкции эквивалентны. КТВ будет такой же, как и в пункте **в)**, ответ не изменится.

Схема проверки

Поскольку во всех пунктах требуется только построить график и указать координаты точек излома, выводить аналитические выражения для КПВ и КТВ не требуется.

а) Всего за пункт — **6 баллов**, из них:

- Нахождение точек пересечения с осями (0; 60) и (30; 0) — по **1 баллу** за каждую.

- Нахождение точек излома $(10; 50)$ и $(30; 0)$ — по **2 балла** за каждую.

б) Всего за пункт — **8 баллов**, из них:

- **4 балла**, если приведенная КТВ является прямой, проходящей через точку (10;50) и лежащей выше КПВ всюду, кроме этой точки.
- По **1** баллу за координаты каждой из точек пересечения КТВ с осями.
- Обоснование ответа — **2 балла**. Подробного обоснования не требуется. Полным обоснованием считается сравнение альтернативных издержек, наличие на рисунке нескольких прямых с наклоном $(-3/2)$, на которых выручка одинакова и вдоль которых происходит торговля, или же аналитическая максимизация выручки.

в) Всего за пункт — **14 баллов**, из них:

- Определение ограничений на импорт товара икс ($Im_x \leqslant 16$)и товара игрек ($Im_y \leqslant 24$) — **2 балла**.
- Вывод о том, что санкция будет влиять только при импорте товара икс, нахождение точки пересечения с осью Y $(0; 65)$ — **2 балла**.
- Нахождение точки излома $(26; 26)$ — **2 балла**.
- Нахождение точки излома $(36; 6)$ — **6 баллов**.
- Нахождение точки пересечения с осью X $(38; 0)$ — **2 балла**.

г) Всего за пункт — **2 балла**, из них:

- За идею о том, что стоимость экспорта равна стоимости импорта — **1 балл**.
- За вывод о том, что КТВ не изменится — **1 балл**.

Баллы за пункт г) не зависят от того, верно решен пункт **в)** или нет.

Штрафы:

- Если допущены вычислительные ошибки (хотя бы одна), то снимается 10 % баллов, которые участник набрал бы, если бы ошибки не было (после вычитания 10 % результат округляется до целого числа баллов).
- Если координаты точки найдены неверно не из-за вычислительной ошибки, а из-за неверного способа построения, то участник не получает баллов за эту точку.

Задание 8. *«Мягкий» потолок цены* *(30 баллов)*

Функция спроса на продукцию монополиста описывается уравнением $Q = 10 - P$, а средние издержки постоянны и равны 2. Государство вводит потолок цены в размере x. Ограничение цены, однако, не является жестким. Если фирма нарушает условие о потолке цены, то она должна заплатить штраф в размере 9, при этом переустанавливать цену не нужно. Если фирма безразлична между несколькими разными ценами, она назначает меньшую из них.

Для каждого $x \geqslant 0$ найдите цену $P^\star(x)$, которую установит фирма. Постройте график функции $P^\star(x)$.

Решение

Сначала найдем, какую цену устанавливала бы фирма в отсутствие ограничения цены. Прибыль монополиста равна $\pi(P) = (10 - P)(P - 2)$, это парабола с ветвями вниз и вершиной в точке $P = 6$, при этом объем выпуска равен $Q = 4$, а значение прибыли равно 16. Такой же результат можно получить, приравнивая $MR = 10 - 2Q$ и $MC = 2$ или максимизируя функцию прибыли от Q: $\pi(Q) = (10 - Q)Q - 2Q$.

Если фирма установит оптимальную для себя цену и заплатит штраф, то ее прибыль будет равна $16 - 9 = 7$. Если следование ограничению цены приводит к меньшей прибыли, то выгоднее платить штраф.

Рассчитаем оптимальную цену и прибыль фирмы, если фирма подчиняется потолку цены x.

Случай 1: $x \geqslant 6$. Если потолок цены не заставляет фирму снижать цену, то для фирмы ничего не поменяется она установит цену $P^\star = 6$. Прибыль при этом будет равна 16.

Случай 2: $2 \leqslant x < 6$. В этом случае фирме придется снижать цену (или платить штраф), но, подчинившись, она всё еще может получать неотрицательную прибыль. Эта прибыль будет равна $(10 - x)(x - 2)$.

Случай 3: $x < 2$. В этом случае фирме невыгодно работать на рынке, так как цена ниже ее средних издержек.

Очевидно, что в случае 1 фирма не будет платить штраф (потому что ее оптимальная цена ничего не нарушает), а в случае 3 — будет (потому что иначе прибыль отрицательная). Что касается случая 2, то решение фирмы зависит от x: если он достаточно низок, чтобы прибыль фирмы с ним была меньше 1200, то выгоднее заплатить штраф, иначе нужно следовать ограничению. Найдем значения x, при которых штраф выгоднее:

$$(10 - x)(x - 2) < 7; \tag{8.1}$$

$$x < 3 \text{ или } x > 9. \tag{8.2}$$

Интервал $x > 9$ не подходит, потому что тогда потолок ничего не ограничивает (случай 1). Получается, что при потолке ниже 3 (в том числе ниже 2) фирма будет платить штраф и устанавливать цену 6, при потолке от 3 до 6 она будет следовать ограничению, а при потолке от 6 и выше будет просто вести себя как обычно. Запишем функцию $P^\star(x)$ аналитически и построим график:

$$P^\star(x) = \begin{cases} 6, & \text{если } x < 3; \\ x, & \text{если } 3 \leqslant x < 6; \\ 6, & \text{если } x \geqslant 6. \end{cases}$$

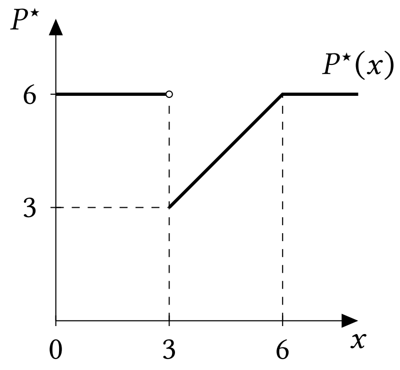


Схема проверки

- Поиск оптимума монополиста без ограничения цены — **7 баллов**.
- Идея о том, что при $x \geqslant 6$ фирме не нужно ничего менять (случай 1) — **3 балла**.
- Идея о том, что при следовании потолку цены $x < 2$ фирма не будет ничего продавать (случай 3) — **3 балла**.
- Корректное составление и решение неравенства (8.1) для случая 2, определение интервала с границей 3 — **7 баллов**. Если участник задается вопросом «При каких x платить штраф невыгодно, то он составляет неравенство, противоположное (8.1), и приходит к интервалу $x \in [3; 9]$.
- За корректное выписывание функции для всех значений x — **5 баллов** (при этом интервалы $x < 3$ и $x \geqslant 6$ могут быть объединены).
- График функции с указанными координатами ключевых точек — **5 баллов**. Если не все координаты ключевых точек указаны (или не указаны вовсе), но график имеет верную форму, ставится 4 балла из 5.

Штрафы:

- **1 балл снимается**, если не выполнена проверка достаточного условия при максимизации прибыли (подойдет график максимизации прибыли монополиста или любая из трёх формулировок: либо сказано, что графиком функции прибыли является квадратичная парабола с ветвями вниз, либо сказано, что первая производная убывает, либо сказано, что вторая производная отрицательна).
- За неверное указание строгих и нестрогих неравенств, а также за неверную отметку выколотой точки на графике (или ее отсутствие) баллы **не снимаются**.
- Если допущена вычислительная ошибка, не повлиявшая качественно на результат (вид функции $P^\star(x)$, форма графика), то снимается 10 % баллов, которые участник набрал бы, если бы ошибки не было (после вычитания 10 % результат округляется до целого числа баллов).
- Если вычислительная ошибка качественно повлияла на результат, то те фрагменты решения, которые оказались ею затронуты, не оцениваются.